Livret d’exercices de mathématiques
pour une entrée en quatrième

Chers parents, chers élèves,

A la demande de plusieurs familles, nous vous proposons une sélection d’exercices de mathématiques incontournables à savoir faire pour l’entrée en classe de quatrième.
Nous invitons votre enfant à les travailler pendant les vacances ou avant la rentrée afin de réactiver les connaissances et les automatismes qui lui seront nécessaires pour aborder sereinement l’année prochaine. Le futur professeur de mathématiques de votre enfant répondra aux éventuelles questions qui lui seront posées sur ces exercices dans les premiers jours de la rentrée.

Nous vous souhaitons un bel été.
Soyez assurés, chers parents, chers élèves, de notre entier dévouement.

L’équipe de mathématiques

Sommaire :

I. Calcul numérique :

Pour se tester :

$\frac{12}{4} \times 5=$	$\frac{48}{6} \times 25=$	$\frac{54}{9} + \frac{24}{4}=$	$\frac{2}{3} \times 120=$	$\frac{1}{\dots\dots} = 0{,}001$
$\frac{14}{15} \times 30=$	$\frac{13}{9} \times 27=$	$\frac{72}{8} + 1{,}01 \times 100=$	$8 \times \dots\dots = 13$	$\frac{2}{\dots\dots} \times 15 = 6$
$16 \times \frac{25}{100}=$	$\frac{35}{7}=$	$24{,}3 \times 0{,}002=$	$50 \times \frac{30}{100}=$	$\frac{\dots\dots}{6} \times 30 = 35$
$\frac{3}{\dots\dots} = 0{,}75$	$\frac{28}{8} \times 2=$	$\frac{3}{5} \times 30=$	$\frac{1}{2} \times 75=$	$2 + 8 \times 12{,}5=$

Rappels du cours :

Priorités opératoires :

- Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les multiplications et les divisions. On dit que la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.
- Dans une expression sans parenthèses qui comporte uniquement des additions et des soustractions ou bien uniquement des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.
- Dans une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs à l'intérieur des parenthèses. Si l'expression comporte des parenthèses à l'intérieur d'autres parenthèses, on commence par les calculs des parenthèses les plus à l'intérieur.
- Dans un quotient écrit sous la forme d'une fraction, deux paires de parenthèses sont sous-entendues (au numérateur et au dénominateur).

Nombres relatifs et repérage :

Généralités

- Un **nombre positif** est un nombre supérieur à O. On le note avec un signe + ou sans signe.
- Un **nombre négatif** est un nombre inférieur à O. On le note avec un signe - .
- Les nombres positifs et les nombres négatifs constituent **l'ensemble des nombres relatifs.**
- Deux nombres relatifs sont **opposés** lorsqu'ils ont des signes contraires et la même distance à zéro.

Droite graduée

- Une droite graduée est une droite sur laquelle on fixe un point appelé **l'origine de la droite,** un **sens** indiqué par une flèche, **une unité de longueur** reportée régulièrement à partir de l'origine.
- Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un unique nombre relatif appelé **l'abscisse du point.** A chaque nombre relatif, on associe un unique point.
- La **distance à zéro** d'un nombre relatif a est la longueur du segment [OA], ou la distance OA, où A est le point d'abscisse a.

Comparaison

- Tout nombre positif est supérieur ou égal à tout nombre négatif.
- Lorsque deux nombres sont positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Lorsque deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

- Lorsque l’on parcourt une droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit des deux nombres relatifs est « celui que l’on rencontre en premier ».

Repérage dans le plan

- **Un repère du plan** est formé de deux droites graduées et de même origine.
  Si les deux droites sont perpendiculaires, le repère est dit **orthogonal.**
  La droite (horizontale le plus souvent) est appelée axe des abscisses.
  L’autre droite (verticale le plus souvent) est appelée axe des ordonnées.
  Dans un repère du plan, tout point est repéré par un unique couple de nombres relatifs, appelés **coordonnées du point**. La première coordonnée est appelée **abscisse** et la seconde, **ordonnée.**

Addition et soustraction de nombres relatifs :

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe** :
- on conserve le signe commun aux deux nombres,
- on additionne les distances à zéro des deux nombres.

Pour **additionner deux nombres relatifs de signes différents** :
- on prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro,
- on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Pour **soustraire un nombre relatif,** on ajoute son opposé.
La **distance entre deux points** sur une droite graduée est égale à la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite.

Exercices :

Calculer les sommes suivantes :

A : (+9) + (+8) =
B : (-9) + (+8) =
C : (+9) + (-8) =
D : (-9) + (-8) =
E : (-5) + (-12) =
F : (-13) + (-11) =
G : 5 + (-6) =
H : (+45,7) + (-6,3) =
I : (-8,3) + (+15) =
J : (-7,9) + (+3,4) =

Donner l’opposé des nombres suivants :
(-5) : 34 : (+14) : 24 : 0 : 3,67 : -6,7 :

Transformer les différences suivantes en somme et faire le calcul :
A : (+5) - (-19) =
B : (+8) - (-14) =
C : (-3,5) - (+5,6) =
D : (-6,8) - (-4,5) =

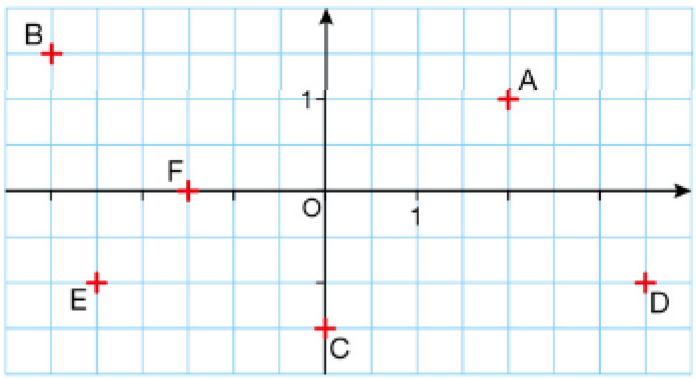
Compléter le tableau suivant :

	Année de naissance	Année de décès	Durée de vie
Louis-Philippe	1773	1850	
Henry IV	1553		57 ans
Louis IX		1270	56 ans
Hugues Capet	941	996	
Tibère	-42	37	
Vercingétorix	-80		34 ans
Ératosthène		-194	82 ans

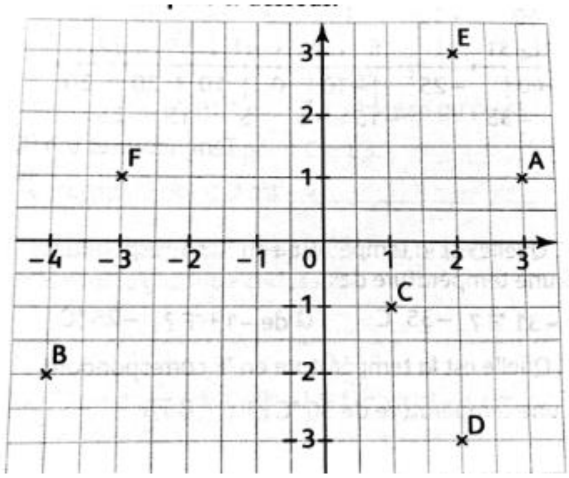
Énigme :

Une puce se déplace en sautant sur une droite graduée. Elle est située au point A d'abscisse -11,3. Elle avance de 8,6 et se positionne au point B, elle recule de 6,4 et se positionne au point C. Donner une expression qui permet de calculer l'abscisse de C et calculer cette valeur.

Lire les coordonnées de chacun des points A,B, C, D E et F :



Donner les coordonnées des points A,B,C,D,E et F dans le repère ci-dessous :



Problème :
Des points A, B et C appartiennent à une même droite graduée.
Si l'on prend B pour origine, alors C a pour abscisse 9.
Si l'on prend A comme origine, alors B a pour abscisse -4.
Quelle est l'abscisse de C si A est l'origine ?

II. Calcul littéral :

Pour se tester :

Choisis la (ou les) bonne(s) réponse(s) :	**a**	**b**	**c**
• Si x = 4, alors 2(x + 1) =	7	9	10
• L'égalité 3x + 4 = 5x – 10 est vérifiée pour:	x = 8	x = 10	x = 7
• L'égalité 4(x + 3) = 3(x + 4) est vraie pour:	x = 0	x = 3	x = 4
• Si x = 3, alors l'égalité:	5x + 1 = 16 est vraie.	7x – 4 = 17 est vraie.	9x - 3 = 7x + 3 est vraie.
• Si j'ai n euros aujourd'hui et si demain, j'en gagne le double, alors j'aurai au total:	2n euros	n ÷2 euros	n + 2 euros
• 2(x + 3) =	2x + 3	2x + 6	2+x+3
• 7x + 21x =	(7 + 21)x	28x	7x + 28
• 3(x + 10) - 3x =	30	6x + 30	10
• 3(x + 4) + 11x - 1 =	14x + 3	14x + 11	13x + 12

Rappels du cours :

- Une **expression littérale** est une expression mathématique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.
- Écrire un résultat "en fonction de x " signifie écrire une expression littérale contenant la lettre x.
- Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe 'x' (multiplier) s'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.
- Développer une expression consiste à transformer un produit en une somme avec la relation de distributivité : k(a + b) = ka + kb ou $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$
- Factoriser une expression consiste à transformer une somme en un produit avec la relation de distributivité. ka + kb = k(a + b) ou $k \times a + k \times b = k \times (a+b)$
- Méthode pour tester une égalité :
  Calculer le résultat dans le membre de gauche en remplaçant les lettres par les valeurs de l'énoncé.
  Calculer le résultat dans le membre de droite en remplaçant les lettres par les valeurs de l'énoncé.
  Comparer les résultats trouvés.
  Conclure : si les deux calculs aboutissent au même résultat, l'égalité est vraie. Sinon, elle est fausse.

<u>Exercices :</u>

<u>Exercice n°1 :</u>

x désigne un nombre quelconque. Exprimer à l'aide d'une expression littérale:
- la somme de x et de 15
- le produit de 7 par x
- la différence entre x et 4
- le quotient de x par 3

<u>Exercice n°2 :</u>

Voici un programme de calcul. En notant x le nombre choisi au départ, exprimer le nombre obtenu avec ce programme à l'aide d'une expression littérale.
- Choisir un nombre
- Le multiplier par 9
- Ajouter 17 au résultat obtenu

<u>Exercice n°3 :</u>

Compléter le tableau suivant :

	6 (a + 8)	6a + 8			13a – 5y	(a + b)÷2
$a = 2$				$a = 2 \, et \, b = 3$		
$a = 1{,}5$				$a = 2{,}5 \, et \, b = 0{,}5$		
$a = 12$				$a = 6 \, et \, b = 12$		

<u>Exercice n°4 :</u>

Tester l'égalité $3x + 5 = 4y - 2$
a) Pour $x = 1ety = 2$
b) Pour $x = 3ety = 4$
c) Pour $x = l,5ety = 1{,}5$
d) Pour $x = 0ety = 0$

<u>Exercice n°5 :</u>

Exprimer en fonction de n :
- Le double de n
- Le triple de n
- La moitié de n
- Le quart de n

<u>Exercice n°6 :</u>

Un rectangle a une longueur de m cm et une largeur de 6 cm, donner en fonction de m le périmètre et l'aire du rectangle :

Exercice n°7 :

Tester l’égalité suivante « $4 \times a + 5 = 25$ » pour a = 1 et a = 5 :

Exercice n°8 :

Quatre personnes attendent un ascenseur. Sur la porte est indiquée « 300 kg max ». Laurie pèse 62 kg, Pierre 20 kg de plus que Tom et 17 kg de moins que Lou. La lettre m représente la masse en kg de Pierre :

a) Écrire la masse de Tom et de Lou en fonction de m :

b) Si Pierre pèse 90 kg, peuvent-ils entrer tous les quatre dans l’ascenseur ?

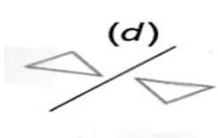
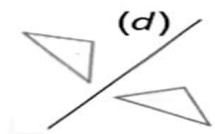
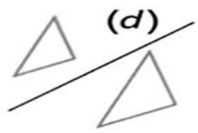
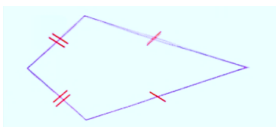
Exercice n°9 :

Alice achète des gâteaux, chaque gâteau coûte 3€. Alice paie avec un billet de 50€.
Choisir une lettre qui représente le nombre de gâteau, et écrire en fonction de cette lettre le montant qu’il reste à Alice après avoir acheté les gâteaux.

III. Transformations géométriques :

Pour se tester :

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Laquelle?

	A	B	C
Les deux figures sont symétriques par rapport à la droite (d) dans le cas ...			
Si, dans une symétrie axiale, les points A' et B' sont les symétriques respectifs de deux points quelconques A et B, alors ...	A'B' = AB.	(A'B') / / (AB).	(A'B') ⊥ (AB).
Le cerf-volant ci-dessous ... 	a un seul axe de symétrie.	a deux axes de symétrie.	n'a aucun axe de symétrie.
Les axes de symétrie d'un rectangle (non carré) sont ...	Ses diagonales	les médiatrices de ses côtés	les bissectrices de ses angles.
Si on a l'égalité lA = lB, alors on peut dire que le point I est ...	le milieu du segment [AB].	le centre du cercle de rayon AB.	un point de la médiatrice du segment [AB].

Indiquer pour chaque cas, la (les) réponse(s) exacte(s) parmi les réponses proposées.

	A	B	C
La figure symétrique de la figure ℱ ci-contre par rapport à un point est ... 			
La droite symétrique d'une droite (d) par rapport à un point est ...	parallèle à (d)	perpendiculaire à (d)	ni parallèle, ni perpendiculaire à (d).
Le symétrique d'un triangle rectangle par rapport à un point est	un triangle rectangle	un triangle isocèle	un triangle équilatéral
Le symétrique par rapport à un point O d'un cercle de centre A et de rayon 3 cm est ...	un cercle de centre A	un cercle de rayon 3 cm	un cercle de centre O
Le centre de symétrie d'un rectangle est ...	le point d'intersection des médiatrices des côtés	le point d'intersection des diagonales	le point d'intersection des bissectrices des angles

<u>Rappels du cours :</u>

<u>Symétrie axiale :</u>

- **Une symétrie axiale** est une symétrie par rapport à une droite, appelée **axe de symétrie.**
- Soit A un point n'appartenant pas à une droite (d). Le symétrique du point A par rapport **à la droite (d)** est un point A' tel que **(d) est la médiatrice de [AA'].**
- Soit B un point appartenant à une droite (d). Le symétrique du point B par **rapport à la droite (d)** est lui-même. (point invariant)

- Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage le long de cette droite.

<u>Symétrie centrale :</u>

- **Une symétrie centrale** est une symétrie par rapport à un point, appelé **centre de symétrie.**
- Le symétrique d'un point A par rapport à un point O est un point A' tel que **O est le milieu de [AA'].**
- Le symétrique du point O par rapport à au point O est lui-même (point invariant)

- Deux figures sont symétriques par rapport à un point O si elles se superposent par demi-tour autour du point O.

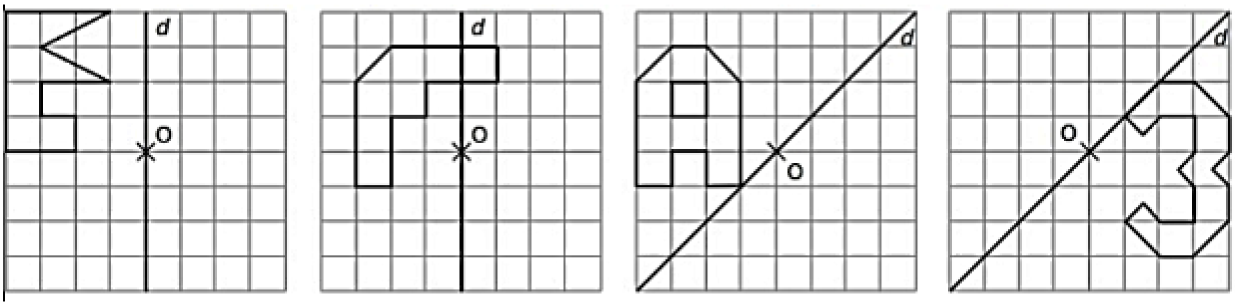
<u>Propriétés :</u>

- La symétrie centrale et la symétrie axiale conservent l'alignement,
- La symétrie centrale et la symétrie axiale conservent le parallélisme,
- La symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les longueurs,
- La symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les angles,
- La symétrie centrale et la symétrie axiale conservent les aires.

Exercices :

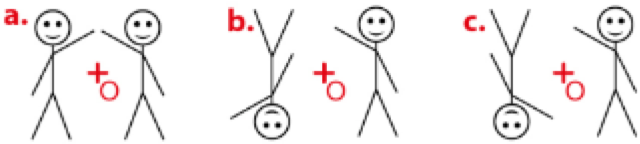
Exercice n°1 :

Construire le symétrique de chaque figure par rapport à O puis par rapport à d.
(Utiliser deux couleurs différentes)



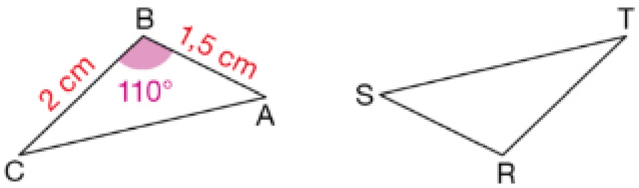
Exercice n°2 :

Des élèves ont voulu représenter un personnage et son symétrique par rapport au point O.
Sur quelle(s) figure(s) est-on certain qu'ils ont commis une erreur ?



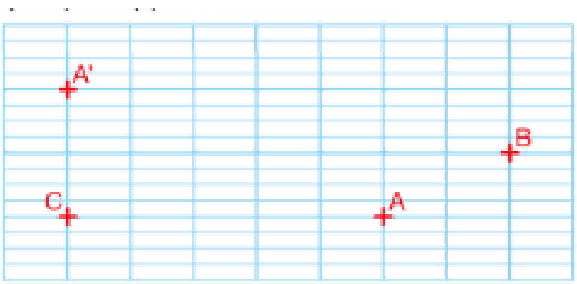
Exercice n°3 :

Ces deux triangles sont symétriques par rapport à un point O. Donner trois renseignements sur le triangle RST.



Exercice n°4 :

Sur cette figure, les points A et A' sont symétrique par rapport à une droite (d).
Réaliser cette figure et tracer la droite (d).
Construire les symétriques B' du point B et C' du point C par rapport à la droite (d).



Exercice n°5 :
a) Tracer une droite (d) puis placer deux points A et B qui n'appartiennent pas à (d).
b) Construire le droite (d_1) symétrique de la droite (d) par rapport au point A, puis la droite (d_2) symétrique de la droite (d) par rapport au point B.
c) Expliquer pourquoi les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

Exercice n°6 :
Soit le triangle ABC rectangle en C
a) Construire D et E les symétriques respectifs des points C et B par rapport au point A.
b) Prouver que les droites (CD) et (DE) sont perpendiculaires.

IV. Nombres rationnels :

Pour se tester :

$\frac{48}{6}=$	$\frac{24}{3}+\frac{36}{4}=$	$2\times 2+2\div 2=$	$\frac{1}{4}=$	$17-7+3=$
$\frac{54}{9}=$	$\frac{72}{8}+1{,}25\times 8=$	$2+55\div 5=$	$156\div 2=$	$\frac{27}{3}\times 8=$
$\frac{35}{7}=$	$14{,}3\times 0{,}002=$	$(4-4\times 1)\div 4=$	$9-\frac{21}{7}=$	$7\times\frac{10}{5}=$
$\frac{56}{8}=$	$33-33\times 0=$	$6+4\times 7+3=$	$60\div 5\div 4=$	$32\times 3+7\times 6=$

Rappels de cours :

- Soient a et b deux nombres ($b \neq 0$), le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.
- On peut écrire ce nombre en écriture fractionnaire :$\frac{a}{b}$. a est le **numérateur** et b est le **dénominateur.**

- La proportion (ou la fréquence) d'une quantité a par rapport à une quantité b non nulle, est égale au quotient $\frac{a}{b}$
- Cette proportion peut aussi s'exprimer en écriture décimale ou en pourcentage.
- Un quotient ne change pas si on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.
- Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.
- Pour additionner deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit mettre ces fractions sous la forme de fractions de même dénominateur.

- Critères de divisibilité :
  Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
  (On dit aussi qu'il est pair)
  Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
  Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- Simplifier une fraction : c'est trouver une fraction qui lui est égale et qui a un numérateur et un dénominateur plus petits.
  Méthode :
  Utiliser les critères de divisibilité ou les tables de multiplication
  Recommencer si cela est possible, avec la nouvelle fraction obtenue
  Vérifier que la fraction n'est plus simplifiable. (On dit qu'elle est irréductible).

Exercices :

Exercice n°1 :

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :
$0; 1; \frac{3}{4}; \frac{5}{3}; \frac{2}{5}.$
Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant :
$\frac{11}{6}; \frac{2}{3}; \frac{7}{15}; \frac{7}{5}; 1.$

Exercice n°2 :

Simplifier les fractions suivantes
$\frac{81}{6}$ $\frac{96}{15}$ $\frac{63}{36}$ $\frac{120}{480}$ $\frac{63}{175}$ $\frac{340}{102}$

Exercice n° 3 :

a) Simplifier les fractions suivantes :
$\frac{35}{21}$ $\frac{45}{20}$ $\frac{28}{32}$ $\frac{56}{120}$ $\frac{100}{33}$

b) Écrire les deux nombres suivants sous la forme 2x 3 x … (avec autant de 2, de 3, de 5, etc que nécessaire) : 378 et 1260
c) Simplifier la fraction : $\frac{378}{1260}$

Exercice n° 4 :

Dans chaque cas, indiquer si le nombre rationnel est entier, décimal ou ni l'un ni l'autre :
$\frac{15}{3}; \frac{24}{5}; \frac{7}{10}; \frac{32}{7}; \frac{54}{9}; \frac{14}{3}.$

Exercice n° 5 :
Calculer :
a) $\frac{3}{10}$de 120 grammes.

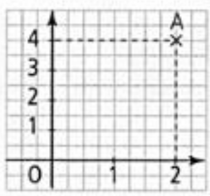
b) 5 % de 80€.

Exercice n° 6 :
Effectuer les calculs suivants :

$A = \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$
$B = \frac{7}{6} + \frac{2}{3}$
$C = \frac{56}{34} - \frac{54}{9}$
$D = \frac{121}{44} + \frac{34}{42}$
$E = 3 \times (\frac{2}{6})$
$F = (\frac{48}{7}) \times 14$

V. Proportionnalité et pourcentage :

Pour se tester :
Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

	A	B	C
Masse (en kg) : 2 ; 5 ; 9 Prix (en €) : 8 ; 20 ; 36	Pour obtenir le prix, on multiplie la masse par 4	Pour obtenir le prix, on ajoute 4 à la masse	Pour obtenir la masse, on multiplie le prix par 4
Deux kilogrammes d'abricots coûtent 4,50 €. Pour calculer le prix, en euros, de 5 kg de ce fruit, on calcule	$\frac{4,50}{2} \times 5$	$\frac{5}{4,50} \times 2$	$\frac{4,50}{2} : 5$
	L'abscisse de A est 4	L'ordonnée de A est 4	L'ordonnée de A est 6
50 % de 680 est égal à	340	1 360	34 000
Si dans une classe de 30 élèves, 40 % des élèves sont des filles, alors il y a	9 garçons	12 garçons	18 garçons
Un article coûte 72 €. Si l'on augmente son prix de 30 %, alors son nouveau prix est égal à	21,6 €	102 €	93,6 €
Luc avait 25 billes, il en a perdu 40 %. Il lui reste maintenant	10 billes	32 billes	15 billes

<u>Rappels du cours :</u>

Tableau de proportionnalité :

- Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité.**
- Dans un tableau de proportionnalité à quatre nombres, lorsque trois nombres sont connus et que l'on cherche le quatrième, on dit que l'on calcule une **quatrième proportionnelle.**
- On peut utiliser le coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.
- Pour obtenir les nombres d'une colonne dans un tableau de proportionnalité, on peut:
    - multiplier ou diviser les nombres d'une autre colonne par un même nombre
    - ajouter ou soustraire les nombres des deux autres colonnes
- Pour traiter une situation de proportionnalité, il est parfois plus judicieux de revenir à l'unité.

Pourcentage :

- Une proportion est une fraction qui exprime une quantité par rapport à une quantité totale.
- Un pourcentage est une proportion exprimée sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.
- Calculer t % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

<u>Exercices :</u>

<u>Exercice n°1 :</u>

Un marchand accorde à ses clients des remises proportionnelles au montant de leurs achats.
Pour un montant de 30 €, la remise est de 4,50 €.

Montant des achats (€)			
Remise (€)			

a) A l'aide des données de l'énoncé, compléter la première colonne du tableau.

b) Quel est le coefficient de proportionnalité qui exprime la remise en fonction du montant des achats ? Reporter ce coefficient à droite du tableau.

c) Un client fait un achat de 50 €, calculer la remise accordée et reporter ces données dans la deuxième colonne.

d) Un autre client obtient une remise de 13,50 €. Quel était le montant de son achat initial ? Reporter ces données dans la dernière colonne.

<u>Exercice n° 2 :</u>

1) Calculer :

a) 60 % de 344 :

b) 45,8 % de 546 :

c) 340 % de 24 :

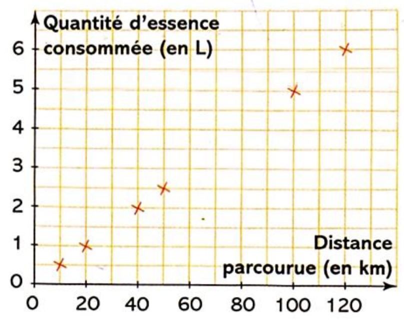
d) 40 % de 20 % de 24 :

2) Un produit est affiché à un prix de 38,90€, pendant les soldes, il reçoit une étiquette -20 %.
Puis à la deuxième démarque, cet article reçoit l'étiquette -20 % supplémentaires.
Quel va être le prix final de cet article ?

3) Une somme d'argent de 4500€ est placée à la banque , le taux d'intérêt du placement est de 2 % par an.
a) Calculer le montant des intérêts annuels.
b) De quelle somme d'argent dispose-t-on au bout d'un an ?

Exercice n°3 :

Le graphique ci-dessous représente la quantité d'essence consommée en fonction de la distance parcourue par une voiture.



a. Sur le graphique, le nombre de litres consommés semble-t-il proportionnel à la distance parcourue ? Justifier la réponse.

b. Quelle est la quantité d'essence, exprimée en litres, consommée pour 110 km parcourus ?

Exercice n° 4 :

a) 98 % des 650 élèves d'un collège font leur travail régulièrement. Combien d'élèves cela représente-t-il ?

b) Un sondage est réalisé auprès de 63 700 personnes. 12 740 personnes affirment qu'elles prendront moins souvent leur voiture pour préserver l'environnement.
Calculer le pourcentage de personnes ayant décidé de prendre moins souvent leur voiture

Exercice n° 5 :

Sur une carte, 5 cm représentent 1000 m dans la réalité.
a) Que représente 1 cm sur la carte ?
b) Quelle est l'échelle de cette carte ?

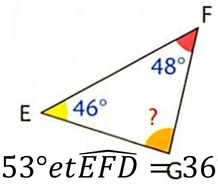
Exercice n° 6 :
Une carte routière est à l'échelle $\frac{1}{500000}$.
a) Que représente 1 cm sur la carte ? (vous donnerez la réponse en cm puis en km)
b) Sur cette carte, deux villes sont distantes de 9,8 cm. Quelle est la distance réelle qui sépare ces deux villes à vol d'oiseau ?
c) SI deux villes sont distantes à vol d'oiseau de 19 km, quelle distance sur la carte sépare ces deux villes ?

VI. Triangles et parallélogrammes :

Pour se tester :

- VRAI OU FAUX? Ces trois mesures d'angles sont celles d'un triangle : $\widehat{GKL} = 35°; \widehat{KLG} = 63° et \widehat{LGK} = 83°$.

- Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.



- Le triangle DEF est tel que $\widehat{EDF} = 53° et \widehat{EFD} = 36°$.Le triangle DEF est-il rectangle?

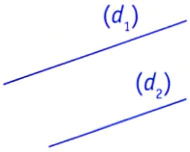
- Le triangle YES est tel que $\widehat{YES} = 43°; \widehat{YSE} = 94° et \widehat{SYE} = 43°$. Quelle est la nature de ce triangle?

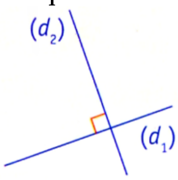
- Si un triangle ABC est isocèle en B, alors:
  a. AB = BC b. AB = AC c. BC = AC

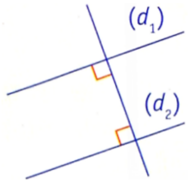
- Si PQR est un triangle isocèle en R, alors :
  a. $\hat{P} = \hat{R}$ b. $\hat{Q} = \hat{P}$ c. $\hat{R} = \hat{Q}$

- Si un triangle DEF est rectangle en F, alors:
  a. (DE) est perpendiculaire à (DF)
  b. (DE) est perpendiculaire à (EF)
  c. (EF) est perpendiculaire à (DF)

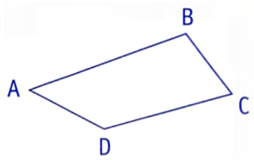
- Sur quelle figure est-on certain que la droite (d_1) est parallèle à la droite (d_2) ?

a. 

b. 

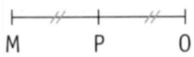
c. 

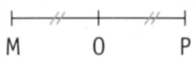
- Ce quadrilatère peut se nommer:
  a. DACB b. DABC c. DCBA



- Sur quelle figure le point M est-il le symétrique du point P par rapport à O?

a. 

b. 

c. 

- Si les segments [RS] et [TU] ont le même milieu O alors on est sûr que:
  a) RO = OS et TO = OU b) OR = OS= OT = OU c) RO = OT et SO = OU

<u>Rappels du cours :</u>

Droites remarquables dans un triangle :

- Soient A et B deux points distincts. **La médiatrice du segment [AB]** est la droite perpendiculaire à (AB) passant par le milieu de [AB].
- **Si** un point est équidistant des extrémités d'un segment, **alors** il appartient à la médiatrice de ce segment.
- **Si** un point appartient à la médiatrice d'un segment, **alors** il est équidistant des extrémités de ce segment.
- Dans un triangle, on appelle **hauteur issue d'un sommet** la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.
- Dans un triangle, on appelle **médiane issue d'un sommet** la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

Utilisation d'une propriété pour démontrer :

Une propriété prend généralement la forme suivante :
Si « condition » alors « conclusion »

Dans la cadre d'un exercice, on utilise une propriété pour démontrer.

- JE SAIS QUE : L'énoncé nous fournit des données : « ce que l'on sait »,
- OR : La propriété s'exprime alors : Si « ce que je sais » alors « ce que je veux démontrer »
- DONC : La question nous fournit la conclusion à obtenir : « Ce que l'on veut démontrer ».

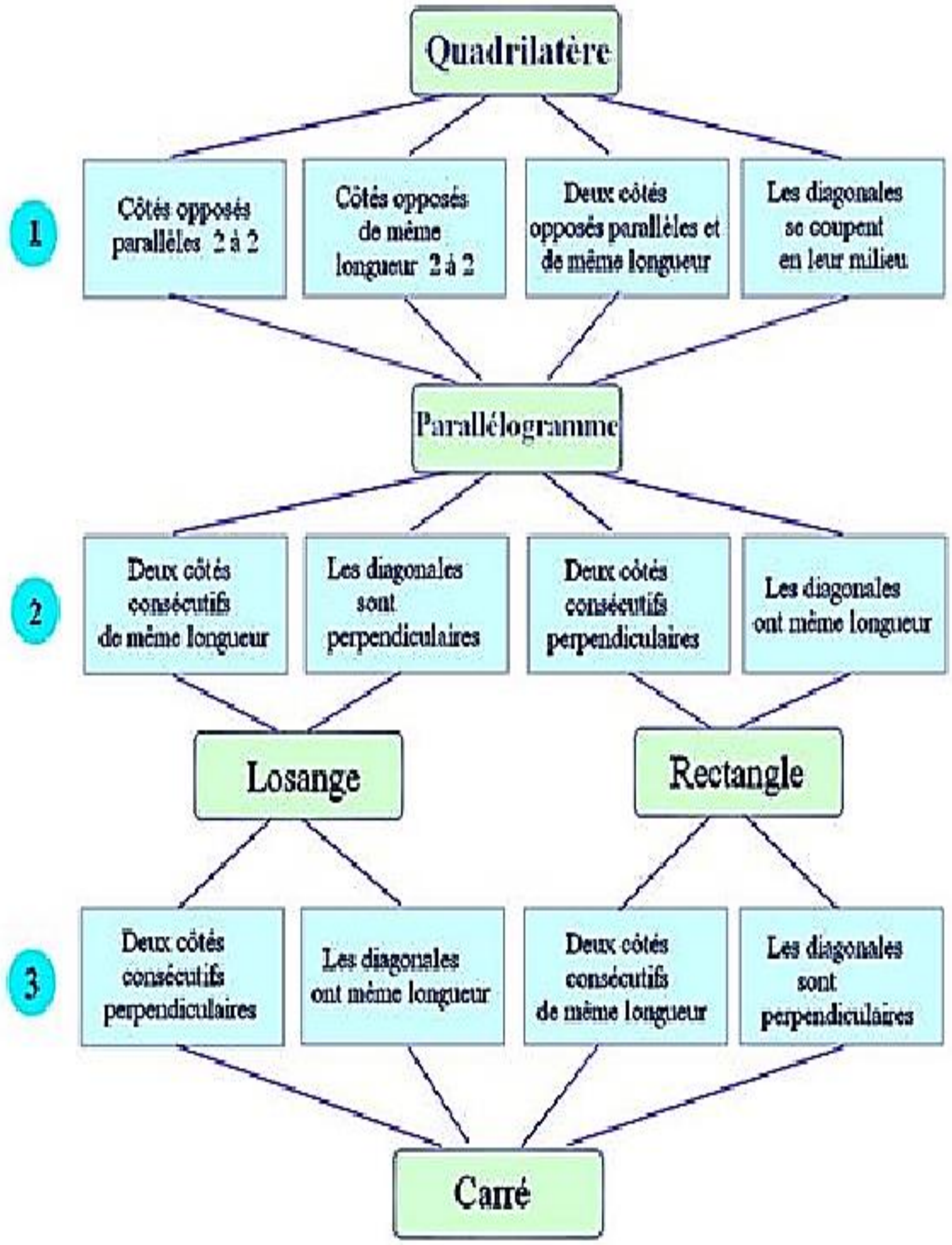
Droites parallèles :

- **Si** deux droites sont perpendiculaires à une même droite, **alors** elles sont parallèles entre elles
- **Si** deux droites sont parallèles et si une droite est perpendiculaire à l'une, **alors** elle est perpendiculaire à l'autre.

Angles et triangles :

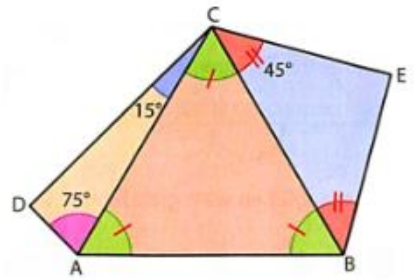
- Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
- **Si** un triangle est rectangle, **alors** la somme des mesures de ses angles aigus est égale à 90°
- **Si** un triangle a deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°, **alors** ce triangle est rectangle.
- **Si** un triangle est isocèle, **alors** ses angles à la base ont la même mesure.
- **Si** deux angles d'un triangle ont la même mesure, **alors** ce triangle est isocèle.
- **Si** un triangle est équilatéral, **alors** chacun de ses angles mesure 60°.
- **Si** chacun des angles d'un triangle mesure 60°, **alors** ce triangle est équilatéral.

Parallélogrammes :

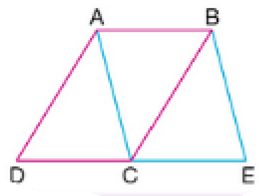


Exercices :

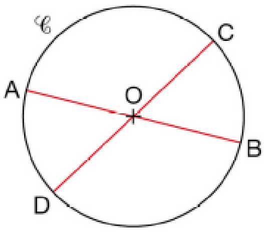
Exercice n° 1 :
Sur la figure ci-contre, déterminer la nature des triangles ABC, ACD et BCE.



Exercice n° 2 :
Sur la figure ci-dessous, les quadrilatères ABCD et ABEC sont deux parallélogrammes.
Quelle position particulière semble occuper le point C ? Prouver cette conjecture.



Exercice n° 3 :



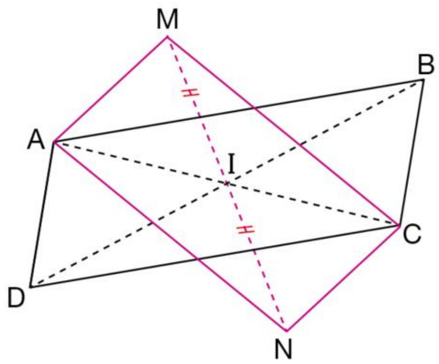
[AB] et [CD] sont deux diamètres du cercle C de centre O.

Pourquoi ACBD est un parallélogramme ?

Est-ce un parallélogramme particulier ? Justifier.

Exercice n° 4 :

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme dont les diagonales [AC] et [BD] se coupent en I.
I est aussi le milieu du segment [MN].
Prouver que le quadrilatère AMCN est un parallélogramme.



Exercice n° 5 :

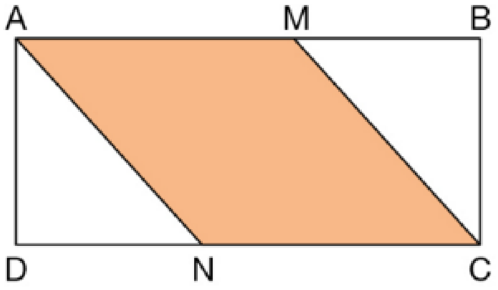
ABCD est un rectangle et BDEF est un parallélogramme.

Réaliser une figure puis prouver que AC = FE.

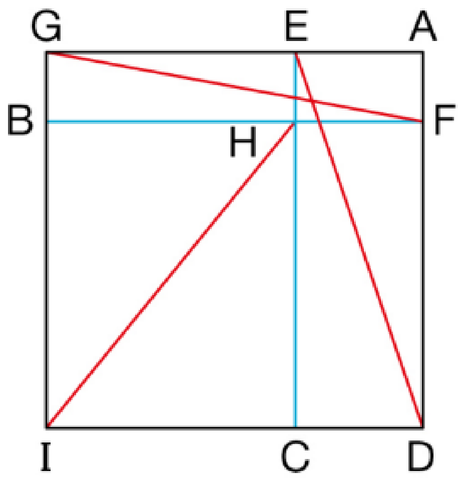
Exercice n° 6 :

Le rectangle ABCD contient un parallélogramme AMCN avec M et N points respectifs des côtés [AB] et [CD].

Comment doit-on placer M sur le segment [AB] pour que ce parallélogramme soit un losange ?



Exercice n° 7 :
Cette figure est composée uniquement de rectangles.
On a GF = IH = ED.
Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.



VI. Problèmes : pour aller plus loin...

Exercice n° 1 :

Kim souhaite réaliser une mosaïque sur une table de jardin. La surface à paver est un rectangle de dimensions 108 cm et 225 cm qu'il doit parfaitement recouvrir par des carreaux de faïence carrés et de même taille, sans les couper.
Quelles sont les dimensions du plus grand type de carreau que Kim peut choisir ?
De combien de carreaux aura-t-il besoin dans ce cas ?

Exercice n° 2 :

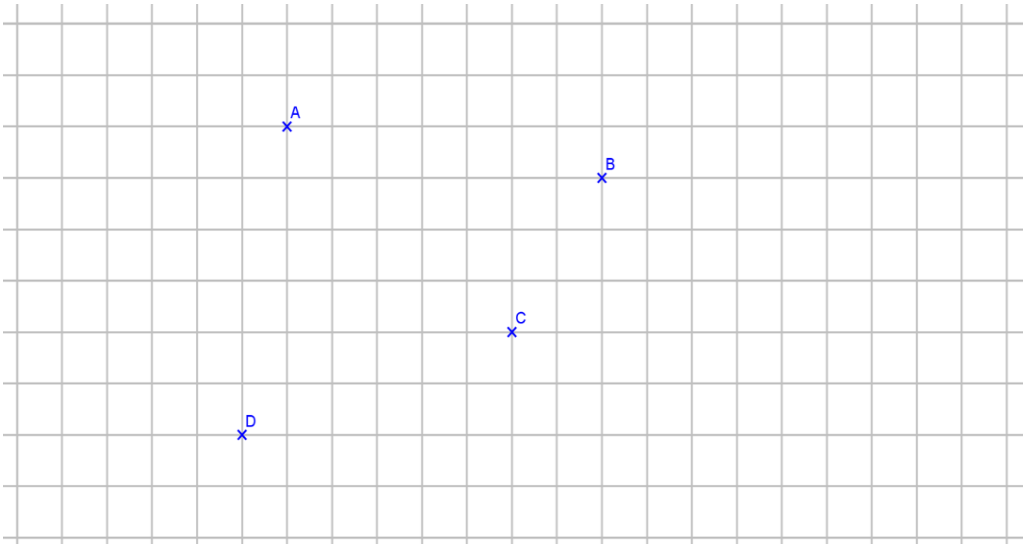
Le Fou de Bassan est un oiseau de mer, réputé excellent plongeur. Un spécimen s'envole de son nid. Il s'élève de 10 m dans les airs, plane quelques secondes au-dessus de la mer et repère un maquereau. Il descend en flèche de 50 m, avale le poisson, et remonte jusqu'à la surface de l'eau. Il retourne ensuite à son nid, situé 28 m plus haut.
Quelle était l'altitude de départ du maquereau ?

Exercice n° 3 :

En étudiant l'évolution des espèces sur plusieurs millions d'années, les chercheurs ont estimé qu'une espèce sur 50 000 disparaissait naturellement tous les 100 ans. On estime qu'aujourd'hui une espèce (animale ou végétale) disparaît toutes les 20 minutes dans le monde. Certains chercheurs sont inquiets. Ils pensent que certaines activités humaines (pollutions, déforestations, etc.) accélèrent le rythme naturel de disparition des espèces.
On évalue à 8,7 millions le nombre d'espèce actuellement sur Terre.
Estimer le nombre d'espèces qui auront disparu de notre planète dans un siècle.
Comparer avec l'évolution naturelle des espèces. Les chercheurs ont-ils des raisons de s'inquiéter ?

Exercice n° 4 :

Sur le plan ci-dessous, les points A, B, C et D représentent quatre arbres qui sont plantés dans un verger.
La grille du plan est formée de carrés de 10 mètres de côtés.
Le propriétaire de ce verger ne dispose que d'un tuyau d'arrosage de 50 mètres de long.
Où peut-il creuser un puits et installer un robinet pour que chaque arbre puisse être arrosé ?
(Colorier cette zone sur le plan)



Exercice n° 5 :
Énigme :
Toto a trois frères : Pim, Pam et Poum.
Toto a le double de l'age de Pim, qui a deux ans de plus de Pam et trois ans de moins que Poum.
La somme des âges des quatre frères est égale à 31.
Exprimer l'âge des quatre garçons en fonction de x, l'âge de Pim.
Quel âge a Toto ?

Exercice n° 6 :
Tracer un triangle ABC tel que AB = 3,8 cm ; BC = 5,2 cm et AC = 6,1 cm.
Tracer les médiatrices de [AB] et de [AC] . On appellera O leur point d'intersection.
Montrer que $O \in (BC)$.
Tracer le cercle *C* de centre O et passant par A.
Montrer que le cercle *C* passe également par B et C.

Exercice n° 7 :
Vrai ou faux ?
« La somme de deux nombres est toujours plus grande que chacun de ces nombres. »

Exercice n° 8 :
Le volume d'un aquarium sphérique peut se calculer à l'aide de la formule :
$V = \frac{\Pi x h x h}{3}(3r - h)$, où r est le rayon de l'aquarium et h sa hauteur.
a) Calculer le volume de l'aquarium sachant que celui-ci a une hauteur de 20 cm et un rayon de 12 cm.
b) Peut-on mettre 10 litres d'eau dans cet aquarium ?