

EXERCICES DE REVISIONS DE SECONDE

Ce document contient des exercices à maîtriser à l'entrée en 1^{ère} Spécialité Mathématiques

PARTIE I : CALCUL NUMERIQUE

Exercice 1 : a) Calculer et donner le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{2}{5} + \frac{8}{5} \times \frac{7}{12} \quad B = \frac{5}{\frac{3}{4}} \quad C = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2} \quad D = 2^{-3} \quad E = -3^2 + 3 \times 6 \times 2^{-2}$$
$$F = \frac{42 \times 10^{-5}}{7 \times 10^{-7}} \quad G = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \quad H = \frac{10^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$$

b) Pour chacun des nombres précédents, donner le plus petit ensemble de nombres (parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$) auquel il appartient.

Exercice 2 : Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{N}$ et b le plus petit possible :

$$A = 2\sqrt{500} - 3\sqrt{75} \quad B = 2\sqrt{32} + 3\sqrt{18} - 3\sqrt{50} \quad C = \sqrt{36 + 64} \quad D = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$$

Exercice 3 : Ecrire sans radical au dénominateur :

$$A = \frac{3}{\sqrt{5} + 1} \quad B = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \quad C = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

PARTIE II : VALEUR ABSOLUE ET INTERVALLE

Exercice 1 : Déterminer l'union et l'intersection des intervalles I et J dans chacun des cas suivants :

$$a) I = \left[\frac{1}{3}; 5\right] \quad J = \left[-2; \frac{1}{2}\right] \quad b) I =]-\infty; 2[\quad J =]2; +\infty[$$

Exercice 2 : Compléter en indiquant à quel ensemble (intervalle ou union d'intervalles) appartient x :

$$a) |x - 2| = 1 \Leftrightarrow x \in \quad b) |x - 3| \leq 5 \Leftrightarrow x \in \quad c) |7 - 2x| < 3 \Leftrightarrow x \in$$

PARTIE III : CALCUL LITTERAL

Exercice 1 : développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (-7x + 6)(-6x - 8) \quad B = (6x + 2)^2 + (9x - 3)(9x + 3) \quad C = (6x - 7)^2 + (5x + 10)^2$$

Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 7x^3 - 14x^2 + 21x \quad B = (x + 3)(x - 2) - (3x - 6) \quad C = 81x^2 - 36$$

$$D = (-5x + 4)^2 - (-8x + 4)(-5x + 4)$$

Exercice 3 : Montrer que, pour tout réel x différent de 1 et -1, on a les égalités suivantes :

$$a) 1 - x + \frac{x^2}{1 + x} = \frac{1}{1 + x} \quad b) \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{x}{(x - 1)(x + 1)}$$

PARTIE IV : EQUATIONS - INEQUATIONS

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1): x^2 = 3$$

$$(E_2): (x-2)(x-1) + (x-2)(2x+4) = 0$$

$$(E_3): (4x+3)^2 = (5x-1)^2$$

$$(E_4): \frac{-x+4}{x+1} = 3$$

Exercice 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$(I_1): \frac{2x^2+4}{x-1} \geq 2x+1$$

$$(I_2): x(x-2) + x - 2 < 0$$

$$(I_3): 3x^2(7x-15)(11-5x) \leq 0$$

$$(I_4): \frac{(5x+3)(2x-16)}{x^2-4} < 0$$

PARTIE V : FONCTIONS

Exercice 1 : Dans chacun des cas, déterminer l'ensemble de définition de la fonction f :

$$1) f: x \mapsto \frac{1}{x} + 1 \quad 2) f: x \mapsto \frac{1}{x^2-1} \quad 3) f: x \mapsto \frac{1-x}{\sqrt{x-1}} \quad 4) f: x \mapsto \sqrt{\frac{2-x}{x+5}}$$

Exercice 2 : Choisir la forme la plus adaptée

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 16x + 14$

1) Montrer que $f(x) = 2(x+4)^2 - 18$. Cette forme s'appelle la forme canonique de $f(x)$

2) Factoriser f à l'aide d'une identité remarquable

3) Résoudre les équations ci-dessous en utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$.

$$f(x) = 0 \quad f(x) = 14 \quad f(x) = 32$$

4) Interpréter graphiquement les solutions de $f(x) = 0$

5) Montrer que f est décroissante sur $] -\infty; -4]$.

6) Puis montrer que f admet un extremum. Vous préciserez la valeur en laquelle il est atteint.

Exercice 3 : Variations

On considère une fonction f dont le tableau de variations est le suivant :

x	-7	-5	-1	0	1	2	5	7
f								

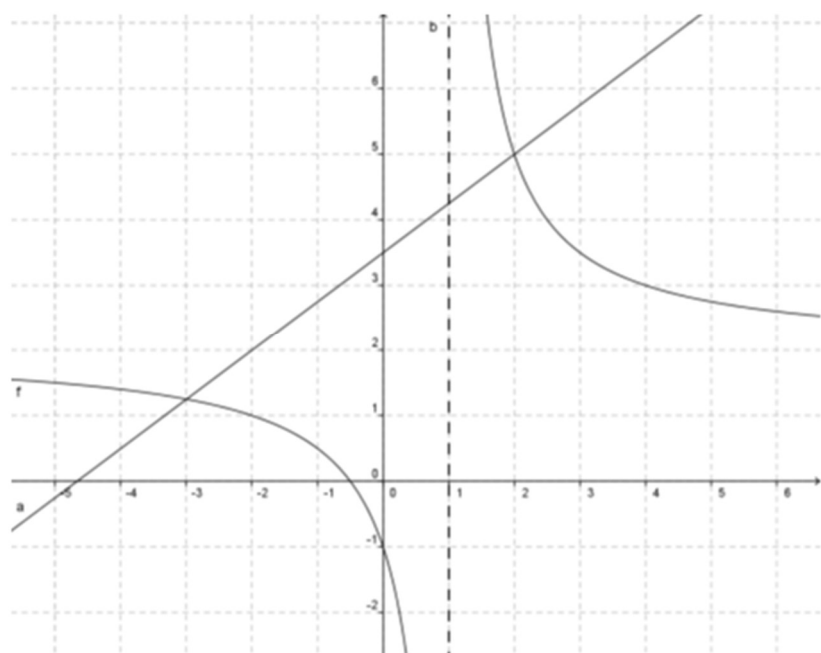
- 1) Donner l'ensemble de définition de f
- 2) Déterminer ses extrémums
- 3) -4 a-t-il un antécédent ? Justifier votre réponse.
- 4) Comparer si possible en justifiant votre réponse :
 $f(-6)$ et $f(0,5)$ $f(3)$ et $f(4)$ $f(-5,5)$ et $f(1,5)$ $f(-5)$ et $f(5)$
- 5) Donner un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-5;5]$
- 6) Donner le tableau de signe de f

Exercice 5 : Exercice de synthèse

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par :
$$f(x) = 2 + \frac{3}{x-1}$$

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x) = \frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$$

$\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ sont les courbes représentatives respectivement de f et g .



Partie I. Par lecture graphique :

- 1) Déterminer le ou les antécédents de 3 par f .
- 2) Déterminer le ou les antécédents de 3 par g .
- 3) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 4) Dresser le tableau de signes de la fonction f .
- 5) Résoudre $f(x) = g(x)$
(expliquer par une phrase votre méthode)
- 6) Résoudre $g(x) > f(x)$
(expliquer par une phrase votre méthode)

Partie II. Par le calcul :

- 1) Déterminer le ou les antécédents de 3 par f .
- 2) Déterminer le ou les antécédents de 3 par g .
- 3) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]1; +\infty[$.
- 4) Déterminer le sens de variations de la fonction g .
Justifier votre réponse.
- 5) Résoudre $f(x) > 0$
- 6) a. Calculer $f(x) - g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$
b. Montrer que :
 $-3x^2 - 3x + 18 = -3(x + 3)(x - 2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
c. Déterminer à l'aide des deux questions précédentes la position relative de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$.

Exercice 6 : Fonctions de référence : complétez le tableau suivant :

Quel est le plus petit intervalle (ou réunion d'intervalles) auquel appartient x^2 lorsque $-9 < x < 4$?	
Quel est le plus grand intervalle (ou réunion d'intervalles) auquel appartient x lorsque $3 < x^2 < 7$?	
Quel est le plus grand intervalle (ou réunion d'intervalles) auquel appartient x lorsque $\sqrt{x} < 81$?	
Quel est le plus petit intervalle (ou réunion d'intervalles) auquel appartient $\sqrt{x}$ lorsque $x < 81$?	
Quel est le plus petit intervalle (ou réunion d'intervalles) auquel appartient $\frac{1}{x}$ lorsque $-3 < x < 0$?	
A quel intervalle appartient le réel non nul x lorsque $0,5 < \frac{1}{x} < 2$?	
Le point $A\left(0,75; \frac{4}{3}\right)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction inverse ?	
Quelle est la parité de la fonction cube ?	

PARTIE VI : VECTEURS

Exercice 1 : Soit ABC un triangle quelconque

- 1) Construire les points D, E et F tels que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AC}$
- 2) Exprimer $\overrightarrow{DF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 3) Montrer que $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- 4) En déduire que les points D, E et F sont alignés.
- 5) Soit le point M qui vérifie : $3\overrightarrow{AM} + 5\overrightarrow{BM} = \vec{0}$
 - a. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.
 - b. Placer le point M sur la figure.
 - c. Démontrer que les droites (FM) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2 : Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(3; 4)$, $B(1; -2)$, $C(-1; 2)$ et $D(-3; 1)$.

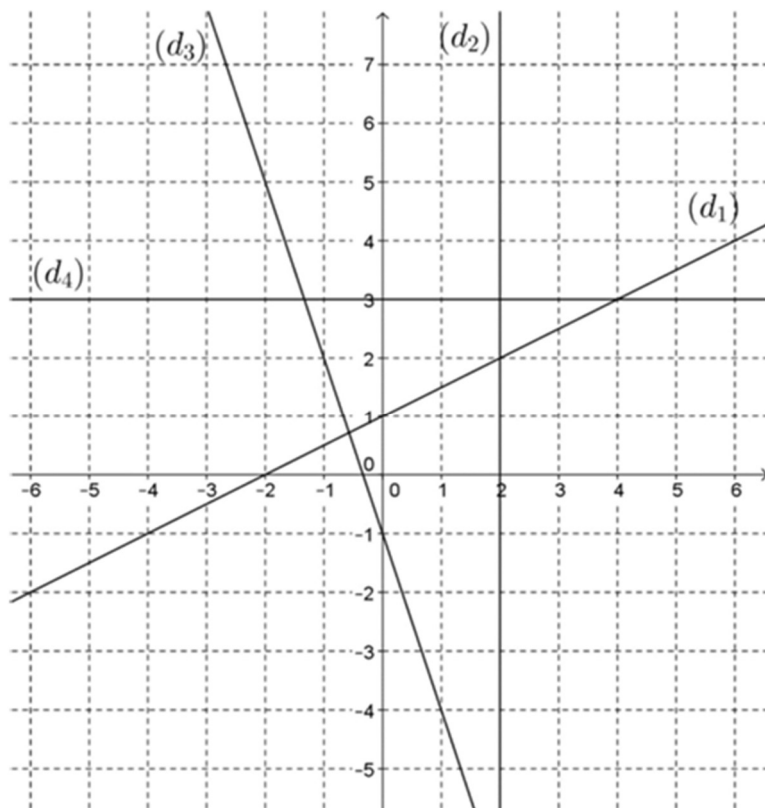
- 1) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
- 2) Déterminer la nature du triangle ABC .
- 3) Calculer les coordonnées du centre Ω puis calculer le rayon r du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC .
- 4) Déterminer les coordonnées du point E tel que $ACBE$ soit un parallélogramme. Quelle est sa nature exacte ?

Exercice 3 : Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(3; -5)$, $B(-1; 3)$, $C(1; 1)$.

- 1) Déterminer les coordonnées du point M appartenant à l'axe des ordonnées et tel que les droites (AB) et (CM) soient parallèles.
- 2) Déterminer les coordonnées du point P appartenant à l'axe des abscisses et tel que les points C, B et P soient alignés

PARTIE VII : DROITES ET SYSTEMES

Exercice 1 : Compléter le tableau ci-dessous



Droite	Coefficient directeur	Un vecteur directeur	Point A	Point B	Une équation cartésienne	L'équation réduite
(d_1)						
(d_2)						
(d_3)						
(d_4)						
(d_5)					$3x - y - 4 = 0$	
(d_6)		$\vec{u}(-5; 2)$	$A(0; -3)$			
(d_7)						$y = -3x + 2$
(d_8)			$A(-2; 7)$	$B(4; 1)$		

Exercice 2 : Soit un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les droites (d) et (d') d'équations respectives $y = -2x + 6$ et $-3x + 2y = 5$.

- 1) Tracer dans le repère donné les droites (d) et (d') . Justifier.
- 2) Le point $L\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{2}\right)$ appartient-il à la droite (d') ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.
- 3) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point K, point d'intersection des droites (d) et (d') .
- 4) Déterminer une équation de la droite (d'') passant par le point $E(3; 1)$ et parallèle à (d') .
- 5) On considère les points $F(5; -4)$ et $G(21; -44)$. Les points G, E et F sont-ils alignés ? Justifier algébriquement votre réponse.
- 6) Dans le triangle KEF , on considère qu'une équation cartésienne de la médiatrice relative au côté $[KF]$ est $x - 2y - 3 = 0$.

En déduire l'équation réduite de la hauteur issue de E dans ce triangle.

Exercice 3 :

Jean a acheté 4 balles de tennis et 6 balles de ping-pong qu'il a payé 6,40 euros. Le lendemain, il achète 8 balles de tennis et 2 balles de ping-pong qu'il paye 8,80 euros.

Quels sont les prix d'une balle de tennis et d'une balle de ping-pong ?

Exercice 4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 7 \\ 2x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

PARTIE VIII : PROBABILITES

Exercice 1 : Soit Ω un univers et A et B deux événements de Ω . Les différentes questions sont indépendantes.

- 1) $P(A) = 0,5$; $P(A \cup B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,3$. Calculer $P(B)$ et $P(\bar{B})$

- 2) $P(A) = 0,34$ et $P(B) = 0,56$. Calculer $P(A \cup B)$ sachant que A et B sont incompatibles.
- 3) $P(A) = 0,6$ et $P(B) = 0,4$.
 - a. Est-il possible que $P(A \cup B) = 0,3$? Justifier.
 - b. Est-il possible que $P(A \cap B) = 0$? Justifier.

Exercice 2 : Dans une assemblée de 375 hommes, on distingue les personnes suivantes :

- 180 d'entre eux ont des chaussures noires
- 90 d'entre eux ont un col blanc
- Parmi les hommes ayant un col blanc 75 ont des chaussures noires.

On désigne par N l'événement : « la personne porte des chaussures noires »

On désigne par B l'événement : « la personne a un col blanc »

Dresser et compléter un tableau à double entrée.

On discute avec une personne de l'assemblée prise au hasard :

- 1) Quelle est la probabilité que cette personne porte des chaussures noires ?
- 2) Quelle est la probabilité que cette personne porte un col blanc et des chaussures noires ?
- 3) Quelle est la probabilité que cette personne porte un col blanc ou des chaussures noires ?
- 4) Quelle est la probabilité que cette personne ne porte ni un col blanc et ni des chaussures noires ?
- 5) Cette personne a des chaussures noires. Quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas de col blanc ?

PARTIE IX : INFORMATION CHIFFREE ET STATISTIQUES

Exercice 1 : Pourcentage d'évolution : Compléter le tableau ci-dessous

Prix initial	Prix final	Pourcentage de variation	Coefficient multiplicateur
17 €		+14 %	
	120 €	-20 %	
544 €			0,915
	11 €		1,237
4 €		+7,3 %	
123 €	132 €		
11 €	9,5 €		

Exercice 2 : Pourcentage d'évolution: Compléter les phrases suivantes

- a) Une augmentation de 16% suivie d'une augmentation de 20% revient à une augmentation globale de ...
- b) Deux réductions successives de 25% reviennent à une réduction de ...
- c) Une augmentation de 50% suivie d'une réduction de 50% revient à une ... de ...

Exercice 3 : Indicateurs statistiques – « Un choix qui dépend des critères »

Deux groupes G_1 et G_2 de 20 élèves ont obtenu les notes sur 10 suivantes, lors d'une épreuve d'EPS :

Note x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
G_1	0	0	1	0	1	2	2	4	3	4	3
G_2	1	1	1	0	1	3	1	1	6	5	0

On demande au professeur quel est son meilleur groupe et quel est son groupe le plus homogène...

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

	Min	Max	e	Q_1	Me	Q_3	$Q_3 - Q_1$	$\bar{x}$
G_1								
G_2								

2. Indiquer quel sera le « meilleur groupe » du professeur si celui-ci privilégie :

- la meilleure note obtenue ;
- la moyenne la plus forte ;
- la médiane la plus élevée .

3. Indiquer quel sera, pour le professeur, le groupe « le plus homogène », si celui-ci privilégie :

- l'étendue la plus réduite ;
- l'écart interquartile le plus petit.

PARTIE X : PYTHON

Exercice 1 :

1. On considère la fonction `evo` ci-dessous.

```
def evo(qte,taux) :  
    return qte*(1+taux/100)
```

Quelle est la valeur renvoyée par :

- a) `evo(20,45)` ? b) `evo(50,-30)` ?

2. Quelles valeurs affichent ces programmes ?

a)

```
x=120  
for y in range(1,5) :  
    print(evo(x,10*y))
```

b)

```
x=120  
y=10  
while evo(x,y) <= 200 :  
    y=y+5  
    print(evo(x,y))
```

Exercice 2 :

On considère la fonction suivante.

```
def aire(b,h) :  
    if b<0 or h<0 :  
        a="impossible !"  
    else :  
        a=b*h  
    return a
```

Que renvoie :

- a) `aire(5,4)` ? b) `aire(7,-3)` ?

Exercice 3 :

La suite de Syracuse est définie ainsi :

- on part d'un nombre entier strictement positif,
- s'il est pair, on le divise par 2,
- s'il est impair, on le multiplie par 3 et on lui ajoute 1,
- on recommence avec le nouveau nombre obtenu.

1. Écrire un programme affichant les 100 premiers termes d'une suite de Syracuse (qui dépendra de la valeur de départ).



Coup de pouce L'instruction `if n%2==0` : permet de tester si un nombre est pair.

2. Exécuter le programme plusieurs fois en changeant le nombre de départ.

Que remarque-t-on ?